



Brownsche Bewegung und Finanzmärkte

Empirische Resultate und Modelle der Dynamik von Marktpreisen
PGZ, ETH Zürich, 12. Mai 2005 Andreas Kull und Ulrich A. Müller



Disclaimer

© Converium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 1

Der Inhalt dieser Präsentation dient nur zu Informationszwecken. Die Autoren haben alle Informationen und Bestandteile nach bestem Wissen zusammengestellt. Dennoch garantieren wir nicht für die Vollständigkeit, Richtigkeit, Aktualität und technische Exaktheit der in dieser Präsentation bereitgestellten Informationen und schliessen jegliche Haftung aus.

Übersicht

© Conventium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 2

- **Brownsche Bewegung** - Phänomen, Modell, Geschichte.
Brown → Bachelier → Einstein → Wiener → Mandelbrot → Engle
- Einsteins Zugang und Hauptresultate
- Empirische Erforschung der Finanzmärkte → Abweichungen vom Brownschen Modell. Rendite-Verteilungen mit **schweren Enden**
- Brownsche Bewegung und **Entropie**-Maximierung -
realistischere Modelle aus einem erweiterten Entropiebegriff
- Serielle Korrelation in der Varianz der Renditen: Heteroskedastie, Volatilitätsmuster und heterogene Märkte
- **Marktrisiken** in empirischer Sicht, im Brownschen Modell und in modernen Modellen
- Schlussbemerkungen

Brownsche Bewegung

© Conventium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 3

- Phänomenologie der Brownschen Bewegung
 - Flüssigkeits- oder Gasmoleküle kollidieren mit suspendierten mikroskopischen Teilchen (z.B. Staub oder Pollen).
 - Unter dem Mikroskop wird eine Zitterbewegung des Teilchens sichtbar. Moleküle sind hingegen unsichtbar klein.
 - Brown hat 1827 diese Bewegung zum ersten Mal eingehend beschrieben.
- Animation *)



Brownsche Molekularbewegung.mht

*) source: www.schulphysik.de/java/physlet/applets/brown.html

Brownsche Bewegung und die Finanzmathematik

© Conventium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 4

- Die Anwendung der Brownschen Bewegung hat in der Finanzmathematik eine lange Geschichte. Ein Ausschnitt:
 - Bachelier formulierte den Diffusionsprozess, der zur Brownschen Bewegung führt und wendete ihn auf Marktpreise an (1900).
 - Einstein leitete die Brownsche Bewegung aus der molekularkinetischen Theorie der Wärme ab (1905).
 - Wiener entwickelte die noch heute gültige exakte mathematische Beschreibung der Brownschen Bewegung (stochastische Differentialgleichung, 1923).
 - Mandelbrot entwickelte eine erste Verallgemeinerung, die Abweichungen von der Normalverteilung berücksichtigt (1960).
 - Engle beschrieb clusterartige Volatilitätsstrukturen (1982).
- Wir werden in diesem Vortrag nur auf einen kleinen, nicht repräsentativen Ausschnitt dieser Geschichte eingehen können.

Brownsche Bewegung Einsteins Publikation von 1905

© Conventium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 5

- Um 1900 war die Existenz der Atome bzw. Moleküle immer noch Gegenstand einer heftigen Debatte. Die Brownsche Bewegung wurde als (i) Folge einer Bewegung der Flüssigkeit *oder* als (ii) Folge von Stößen mit Flüssigkeitsmolekülen gedeutet.
- Einsteins Publikation von 1905 ^{*)} beschreibt die Brownsche Bewegung als Diffusionsprozess.
- Einstein betrachtet in einer Flüssigkeit suspendierte kleine Kugeln. Ihre mittlere quadratische Verschiebung wird als Funktion der Zeit bestimmt.
- Diese theoretische Vorhersage lässt sich experimentell überprüfen und bestätigt damit die Interpretation (ii) der Brownschen Bewegung.

^{*)} Einstein, A. (1905), *Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen*, Annalen der Physik, 17, pp. 549-560, eingegangen am 11.5.1905

Brownsche Bewegung Einsteins Ansatz (I)

© Conventium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 6

- Bereits in seiner Doktorarbeit hat Einstein den Diffusionskoeffizienten D aus der thermalen und der dynamischen Gleichgewichtsbedingung hergeleitet und findet einen Zusammenhang von D , T und η

$$D = \frac{RT}{N} \cdot \frac{1}{6\pi\eta a}$$

- Ausgangspunkt in der Arbeit von 1905 ist nun die Diffusionsgleichung

$$D \frac{\partial^2 n(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial n}{\partial t}$$

mit der fundamentalen Lösung (für $n(0,0)=\delta$)

$$n(x,t) = D \frac{n}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right)$$

D Diffusionskoeffizient; R Gaskonstante; N Teilchenzahl; T Temperatur; η Viskosität; a Teilchengrösse; n Teilchendichte

Brownsche Bewegung Einsteins Ansatz (II)

© Conventium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 7

- Die mittlere quadratische Entfernung vom Ursprung ist

$$\langle x^2 \rangle = \frac{1}{n} \cdot \int x^2 n(x,t) dx$$

- Mit dem Ausdruck für den Diffusionskoeffizienten D ergibt sich

$$\langle x^2 \rangle = \frac{RT}{3\pi N a \eta} \cdot t$$

- Dies ist Einsteins fundamentales Resultat. Die mittlere quadratische Verschiebung $\langle x^2 \rangle$ ist *proportional* zur Zeit t . Die Grössen $\langle x^2 \rangle$, t , a und η sind messbar. Damit lässt sich N bestimmen. Umgekehrt lässt sich aus $\langle x^2 \rangle$, t , N und η die Teilchengrösse a bestimmen.
- Bemerkung: Die Unabhängigkeit einzelner Stösse ist zentral für die Herleitung des Resultates (Markov-Prozess)

Erforschung empirischer ökonomischer Daten

© Conventium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 8

- Statistische Erforschung empirischer Daten, **Marktpreise**.
- Klassische Ökonomie: jährliche, Quartals-, Monatsdaten.
- Seit ca. 1985 auch **Hochfrequenzdaten**: wöchentlich, täglich, stündlich, bis zur "Echtzeit" (Sekunden).
- Hauptobjekt der Forschung ist die **Rendite** (*return*) r :
$$r(t) = [\text{Preis}(t) - \text{Preis}(t-\Delta t)] / \text{Preis}(t-\Delta t)$$

Meist wird die **logarithmische Rendite** betrachtet:
$$r(t) = \log \text{Preis}(t) - \log \text{Preis}(t-\Delta t) = \log[\text{Preis}(t) / \text{Preis}(t-\Delta t)]$$
- Resultate: eine Fülle neuer Befunde (*stylized facts*), für alle Märkte (Aktien, Devisen, Zinsen, ...) und die Abhängigkeit zwischen ihnen.
- Seit ca. 1995 ergänzen "Ökonophysiker" (*econophysicists*) die Forschung durch Ansätze aus der Physik.

Empirische ökonomische Daten und das Brown-Modell

© Conventium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 9

- Die Brownschen Bewegung wird in der Finanzökonomie vor allem als "lognormales" Modell verwendet.
Logarithmische Rendite r : $r \in \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
In einigen Anwendungen ist die Drift $\mu = 0$. Im originalen Brownschen Modell ist die Varianz σ^2 eine Konstante.
- Beispiel: Optionstheorie von Black und Scholes. Dort fluktuiert die **Volatilität** σ allerdings über die Zeit und hängt vom gewählten Zeitraum und dem Ausübungspreis der Option ab (Modellbruch).
- Das Modell der Brownschen Bewegung bleibt für gewisse Anwendungen eine brauchbare Näherung. Beispiel: die Markowitzsche Portfoliotheorie.

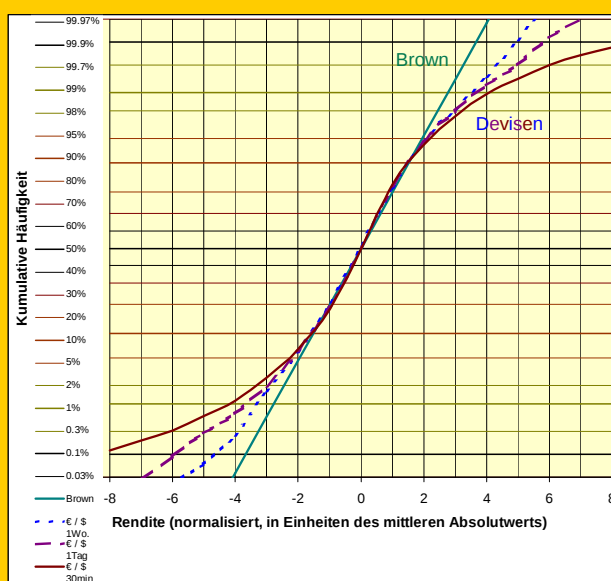
Empirische ökonomische Daten: Abweichungen vom Brown-Modell

© Conventium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 10

- Streng genommen ist das Brownsche Modell von den empirischen Befunden längst widerlegt (bleibt aber eine Näherung).
- Wichtigste Abweichungen empirischer Daten von der Brownschen Bewegung:
 - Die Verteilung der Renditen hat schwere Enden. **Extreme Werte** (Schocks) sind **viel wahrscheinlicher** als bei einer Brownschen Bewegung → Marktrisiko.
 - **Heteroskedastie**: Die Volatilität (Variabilität) der Renditen schwankt, sowohl deterministisch im Tages- und Wochenrhythmus als auch in langsam fluktuierenden Mustern.
 - Skalengesetz: Mittlere absolute Renditen in Abhängigkeit des Messintervalls verhalten sich anders als das Brownsche Modell.
- B. Mandelbrot (ab 1963) ist ein Pionier in der Beschreibung dieser Abweichungen.

Kumul. Verteilung von empirischen Devisen-Renditen und Brown-Modell

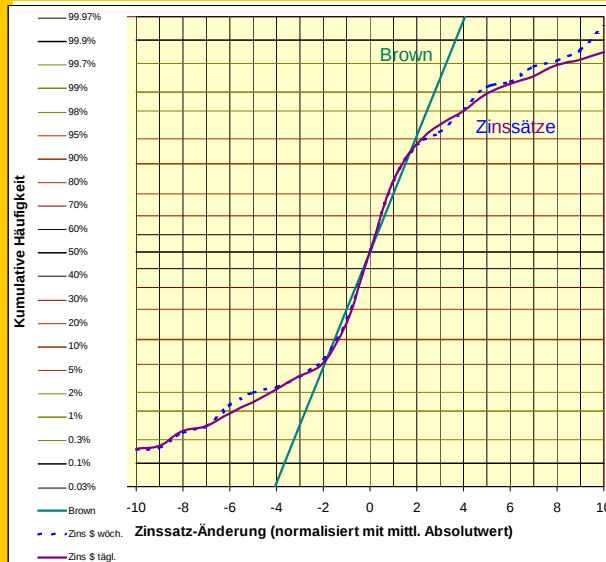
© Conventium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 11



- Empirische Renditen (Preisänderungen) haben Verteilungen mit schweren Enden, im Gegensatz zur Brownschen Bewegung.
- Hier: Devisenkurs EUR/USD
- **Halbstündliche** Renditen weichen stärker vom Brownschen Modell ab als **tägliche** oder **wöchentliche** Renditen.

Kumul. Verteilung von empirischen Zinsänderungen und Brown-Modell

© Conventium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 12



- Empirische "Renditen" (Änderungen) der Zinssätze haben Verteilungen mit schweren Enden, im Gegensatz zur Brownschen Bewegung.
- Hier: 6-Monats-Zinssatz US-Dollar
- Sowohl **tägliche** als auch **wöchentliche** Zinsänderungen weichen stark vom Brownschen Modell ab.

Extremwerte

© Conventium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 13

- Marktrisiken sind durch die (absolut) grössten Renditen $|r|$ bestimmt
→ **Extremwerttheorie**, **asymptotisches** Verhalten der Verteilungen.
- Hyperbolische Asymptoten der kumulativen Verteilung $F(r)$ mit **schweren Enden** (*heavy tails*):
 unteres Ende: $F(r) = c(-r)^{-\alpha}$ Exponent: Extremwert-Index α
 oberes Ende: $F(r) = 1 - cr^{-\alpha}$ (*tail index*)
- Empirische Schätzung des Extremwert-Indexes α mit Hill-Schätzer (Hill, 1975):

$$\frac{1}{\alpha} \approx \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{m-1} (\log |X_i| - \log |X_m|)$$
 (X_i sind sortierte Extrembeobachtungen)
- Typische Werte für stündliche bis wöchentliche Marktpreis-Renditen:
 $\alpha \approx 2.5 \dots 4.5$, für Devisenkurse, Zinssätze und Aktienkurse.
- Für die normalverteilten Renditen der Brownschen Bewegung:
 $\alpha = \infty$ (somit: keine schweren Enden).

Brownsche Bewegung Zugang über die Entropie (I)

© Conventium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 14

- Anderer Zugang zur Brownschen Bewegung führt über die Entropie
- Die Maximierung der Boltzmann/Gibbs-Entropie eines diffundierenden Partikels

$$S_1[p] = -k \int dx p(x) \ln[p(x)]$$

unter den Randbedingungen

$$1 = \int dx p(x) \quad (\text{Normalisierung})$$

$$\sigma^2 = \langle x^2 \rangle = \int dx x^2 p(x) \quad (2. \text{ Moment})$$

ergibt die Boltzmann-Verteilung

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$$

Brownsche Bewegung Zugang über die Entropie (II)

© Conventium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 15

- Die Verteilung $p(x)$ beschreibt die Bewegung zwischen zwei Stößen.
- Für eine makroskopische Betrachtungsweise interessant ist die Abfolge vieler Stöße, d.h. die n -fache Faltung

$$p(x, N) = p(x) * p(x) * \dots * p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi N}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2N\sigma^2}\right)$$

- Mittlere quadratische Verschiebung vom Ursprung nach N Stößen (mit $kT=2\sigma^2$, $N=D*t$; D charakteristische Zeit zwischen zwei Stößen)

$$\langle x^2 \rangle = \int dx x^2 p(x, N) = \frac{1}{2} kTN = \frac{1}{2} kTDt$$

- Diese entspricht dem Einsteinschen Resultat

Verallgemeinerte Entropie (I)

- Der der Brownschen Bewegung zugrundeliegende Prozess hat Markov-Charakter, d.h. es wird angenommen, dass Stöße bzw. die Bewegung zwischen den Stößen unkorreliert ist.
- Im Finanzmarkt widerspricht diese Annahme der Erfahrung. Handelspreise sind i.a. nicht unkorreliert.
- Diese Korrelationen ('long range correlations') können phänomenologisch durch eine verallgemeinerte Entropieformen *) abgebildet werden (Renyi- oder Tsallis-Entropie).
- Kennzeichen der entsprechenden, generalisierten Diffusionsprozesse
 - $\langle x^2 \rangle$ ist über- bzw. unterproportional zur Zeit t
 - Häufigkeitsverteilungen weisen schwere bzw. leichte Enden auf.

*) siehe z.B.: Tsallis, C., Levy, S. V., Souza A. M., Maynard R. (1995), *Statistical-Mechanical Foundation of the Ubiquity of Levy Distributions in Nature*, Phys. Rev. Lett., **75**, pp. 3589-3593

Verallgemeinerte Entropie (II)

- Die Maximierung der verallgemeinerten Entropie (mit Parameter q)

$$S_q[p] = k \frac{1 - \int d(x/\sigma) [\sigma p(x)]^q}{q-1} \quad q \in \mathbb{R}$$

unter den Randbedingungen

$$1 = \int dx p(x) \quad (\text{Normalisierung})$$

$$\sigma^2 = \langle x^2 \rangle = \int dx (x/\sigma) x^2 [\sigma p(x)]^q \quad (2. \text{ Moment})$$

führt auf die Verteilung (mit Z_q Normierung bzw. Zustandssumme)

$$p_q(x) = [1 - \beta(1-q)x^2]^{1/(1-q)} \cdot Z_q^{-1}$$

Verallgemeinerte Entropie (III)

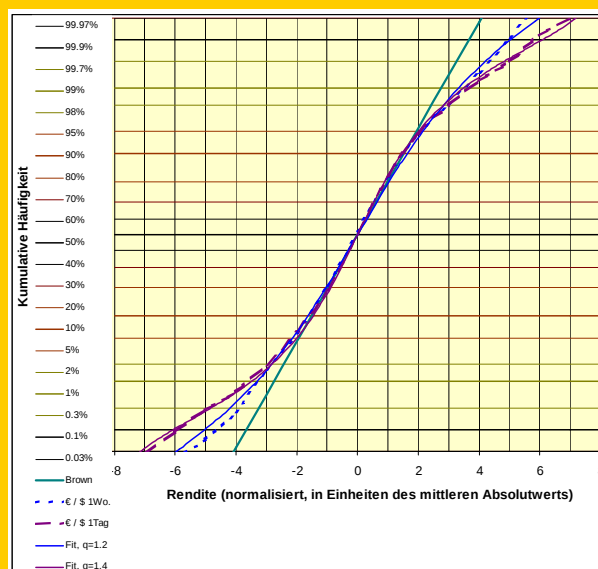
- Einige Bemerkungen zur verallgemeinerten Entropie S_q und der Verteilung $p_q(x)$
 - Für $q \rightarrow 1$ geht S_q in die Boltzmann-Entropie bzw. Verteilung über.
 - Für $q \leq 1$ hat $p_q(x)$ dünne, für $q > 1$ hingegen schwere Enden.
 - Es gibt einen Zusammenhang zwischen **Tail-Index** α und q

$$\alpha = \frac{3-q}{q-1}$$

- Für $q=2$ ergibt sich die Cauchy-Verteilung
 - $p_q(x)$ kann auch aus einer nichtlinearen Fokker-Planck Gleichung abgeleitet werden.
- Für $q \approx 1.1$ bis 1.5 hat die Verteilung $p_q(x)$ ähnlich schwere Enden, wie sie in Finanzmärkten beobachtet werden *).

*) siehe z.B.: Michael F. and Johnson M.D. (2001), *Financial Market Dynamics*, arXiv:cond-mat/0108017.

Beispiel: Devisen-Renditen

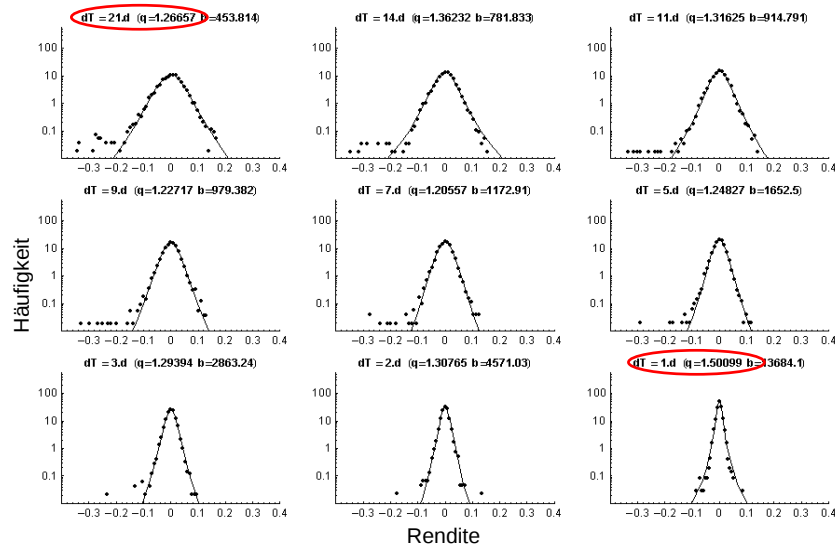


- Die Fits zeigen, dass $p_q(x)$ die empirisch beobachteten "Renditen" und insbesondere die schweren Enden abzubilden vermag.
- Je länger die Zeitskala, desto leichter werden die Enden der Verteilung. Für Zeitskalen von **1 Tag** ist $q \approx 1.4$, für **1 Woche** ist $q \approx 1.2$. Für $q \rightarrow 1$ ergibt sich das Brownsche Modell.

(nur Illustration)

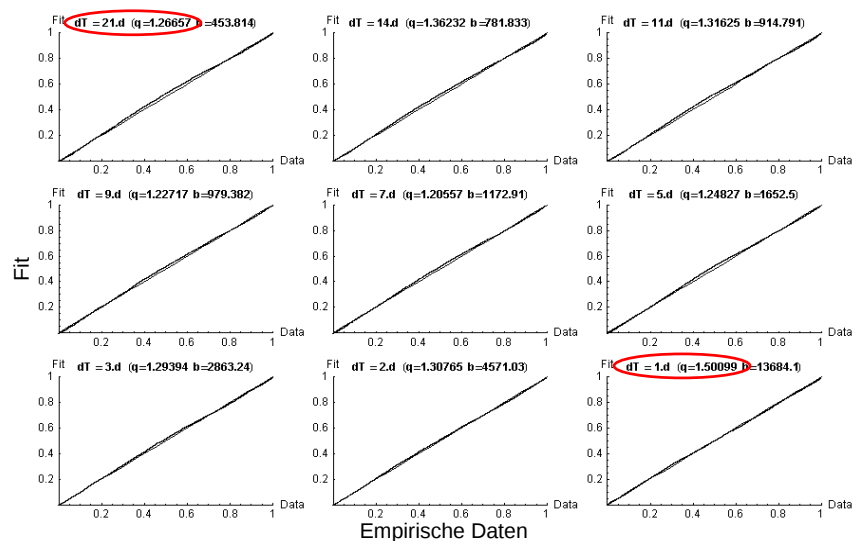
Beispiel: S&P 500 (Aktienindex) Verteilungen der Renditen

© Converium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 20



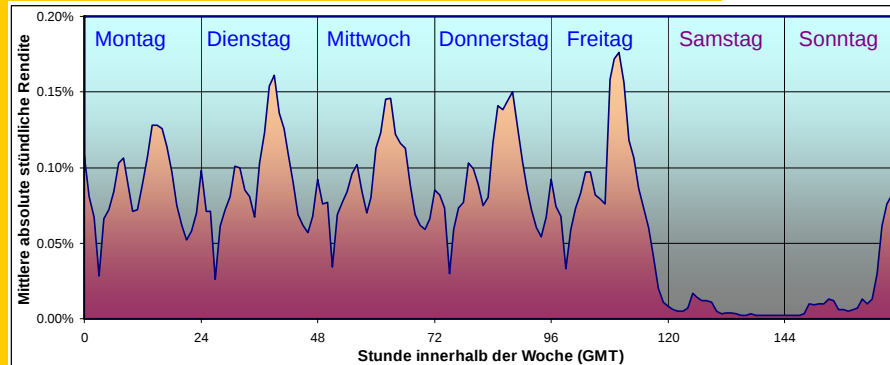
Beispiel: S&P 500 Modell-Quantile vs. Daten-Quantile

© Converium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 21



Regelmässige tägliche und wöchent- liche Volatilitätsschwankungen

© Conventium
Brownische Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 22

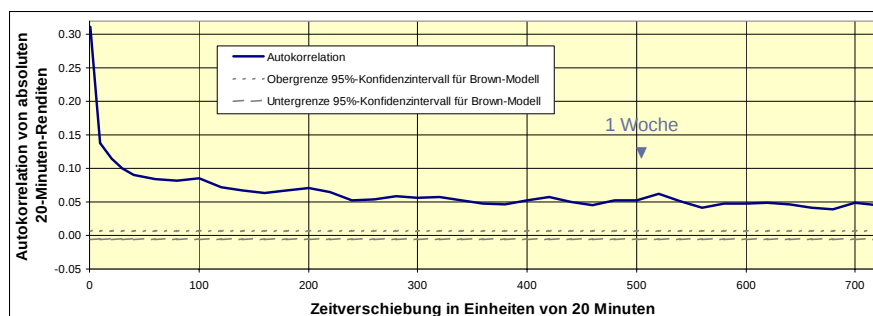


- **Saisonale Heteroskedastie:** stündliche, absolute, logarithmische Renditen in einer über Jahre gemittelten **Durchschnittswoche**. Aktive Perioden gemäss **Zeitzonen**.
Maximum bei gleichzeitiger Präsenz von Europa und Amerika;
Minimum am Wochenende und zur japanischen Mittagspause .
- Typisch für Devisenkurse. Hier: US Dollar / Deutsche Mark.
Andere Marktpreise haben etwas andere Volatilitätsmuster.

Autoregressive Volatilitätsmuster

© Conventium
Brownische Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 23

- Volatilität, beobachtet in Form von absoluten Renditen, zeigt persistente Muster. Ein **Autokorrelogramm** zeigt dies (hier US \$ / DM, über 6 Jahre).



- Bei Hochfrequenzdaten muss man zuerst die saisonale Heteroskedastie eliminieren. Methode hier: Benutzung einer deformierten Zeitskala, **J-Zeit**, mit gleichmässiger Aktivität (Dacorogna, Müller et al., 1993).
- Das Gedächtnis in der Autokorrelation der Volatilität ist lang (**long memory**) und zerfällt langsamer als exponentiell.

Modelle der Volatilitätsmuster (I)

© Conventium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 24

- Die Brownsche Bewegung wird als Modell mit konstanter Volatilität von den empirischen Daten hochsignifikant zurückgewiesen.
- Verbreitetes Modell: **GARCH** (Engle, 1982; Bollerslev, 1986; **Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity**). Erklärt die Volatilitätsmuster (ohne langes Gedächtnis) und teilweise die schweren Enden der Verteilung.
- GARCH(1,1) für Rendite r :

$$r_t = N(0, \sigma_t^2) \quad \sigma_t^2 = c + a r_{t-1}^2 + b \sigma_{t-1}^2$$

- Für $a = b = 0$ entspricht GARCH(1,1) der Brownschen Bewegung.
- Das Modell FIGARCH (Baillie und Bollerslev, 1996) reproduziert zusätzlich das lange Gedächtnis (*long memory*).

Modelle der Volatilitätsmuster (II)

© Conventium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 25

- Das Modell HARCH (Müller et al., 1997) reproduziert die schweren Enden der Verteilung, das lange Gedächtnis und die Dynamik der Volatilitätsmuster:
Der **heterogene Markt** besteht aus kurzfristigen Händlern und langfristigen Investoren, die ihre eigenen Volatilitätsarten erzeugen.
- Modelle der "stochastischen Volatilität" sehen die Volatilität als unabhängigen Prozess, manchmal mit Analogien zur Physik.
Beispiele:
 - Analogie zur Turbulenz: Grosse Muster dissipieren zu immer kleineren Formen (Breymann et al., 2000).
 - Analogie: Volatilität $\approx$ Temperatur des Marktes, proportional zum Diffusionskoeffizienten. Anregung für weitere Forschung?

Marktrisiken und Brownsche Bewegung

© Conventium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 26

- Beispiel: Devisenkurs US Dollar in Japanischen Yen, tägliche Daten, 3.35 Jahre: von 2002 bis 12. 5. 2005.
- Angepasstes Brownsches Modell mit der empirisch gefundenen Varianz σ^2 .
Damit schätzen wir folgendes Risiko für Tagesrenditen:
je **1 Fall pro Jahr** mit Rendite $< -1.36\%$ und mit Rendite $> 1.36\%$,
je **1 Fall pro 10 Jahre** mit Rendite $< -1.69\%$ und mit Rendite $> 1.69\%$.
- Beobachtete Wirklichkeit:
3.9 Fälle pro Jahr mit Rendite $< -1.36\%$,
4.2 Fälle pro Jahr mit Rendite $> 1.36\%$,
9 Fälle pro 10 Jahre mit Rendite $< -1.69\%$,
12 Fälle pro 10 Jahre mit Rendite $> 1.69\%$
- Das Brownsche Modell unterschätzt Risiken grob.
Im Risikomanagement verwenden wir bessere Methoden.

Schlussbemerkungen (1): Brownsche Bewegung und Finanzmathematik

© Conventium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 27

- Die **Brownsche Bewegung** hat ihren Ursprung in der Naturwissenschaft (Brown, Einstein).
- Seit Bachelier (1900) ist sie ein frühes, erfolgreiches Modell für die Bewegung von **Marktpreisen**.
- Für einige Anwendungen (Markowitzsche Portfoliotheorie, Optionsbewertung nach Black-Scholes, ...) ist die Brownsche Bewegung immer noch eine genügende Näherung.
- Neuere empirische Forschung → Die Brownsche Näherung ist **ungenügend**: sie unterschätzt Risiken und ignoriert Volatilitätsschwankungen.
- Marktpreis-Renditen haben Verteilungen mit **schweren Enden**.
Mass: der Extremwertindex (tail index) α . Je kleiner, desto schwerer.

Schlussbemerkungen (2): Modelle jenseits der Brownschen Bewegung

© Conventium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 28

- Die Brownsche Bewegung kann aus der Boltzmann-Gibbs-**Entropie** abgeleitet werden.
- Aus einer Erweiterung des Entropie-Begriffs resultieren neue Modelle, welche die Realität besser beschreiben (auch die schweren Enden).
- Die **Volatilität** (z. B. gemessen als mittlere absolute Rendite) von Marktpreisen **fluktuiert** deterministisch und autoregressiv.
- Für diese Volatilitätsmuster gibt es Modelle, beginnend bei GARCH, bis hin zu vielseitiger, immer noch aktiver Forschung.
- Beim ökonomischen **Risikomanagement** ist eine Analyse der Extremereignisse (jenseits des Brownschen Modells) lebenswichtig (sonst werden Risiken stark unterschätzt).

Danke ...

© Conventium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 29

... für Ihr Interesse!

Kontakt

© Converium
Brownsche Bewegung & Märkte
12. Mai 2005
Andreas Kull und Ulrich A. Müller
Page 30

Dr. Ulrich Müller
Financial and Risk Modeling
Converium
General Guisan-Quai 26
CH-8022 Zürich

email: Ulrich.Müller@converium.com

Dr. Andreas Kull
Global Financial Services Risk Management
Ernst & Young
Brandschenkestrasse 100
CH-8002 Zürich
(gültig ab 1.6.2005)

email: Andreas.Kull@ch.ey.com