Hauptsache vorwärts? Einsteins ungerader Weg zur Allgemeinen Relativitätstheorie

Domenico Giulini

Institut für Theoretische Physik und Riemann Zentrum
der Leibniz Universität Hannover

PGZ, Zürich, 29. September 2012

Max Born: „Physics and Relativity" (Bern 1955)

„Die Aufstellung der Allgemeinen Relativitätstheorie erschien mir damals und erscheint mir auch heute noch als die größte Leistung menschlichen Denkens über die Natur, die erstaunlichste Vereinigung von philosophischer Tiefe, physikalischer Intuition und mathematischer Kunst. Aber sie hatte damals wenig Zusammenhang mit empirischen Tatsachen. Sie zog mich an wie ein Kunstwerk, an dem man sich ergötzt und das man bewundert - aus gehöriger Entfernung."

Newton

- Feld

  ϕ (1 Komponente)

- Feldgleichungen

$$\Delta\Phi = 4\pi G\,\rho$$

- Bewegungsgleichungen für Testmasse

$$\ddot{\vec{x}}(t) = -\vec{\nabla}\Phi\big(\vec{x}(t)\big)$$

Einstein

- Feld

  $g_{\mu\nu}$ (10 Komponenten)

- Feldgleichungen

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}\,T_{\mu\nu}$$

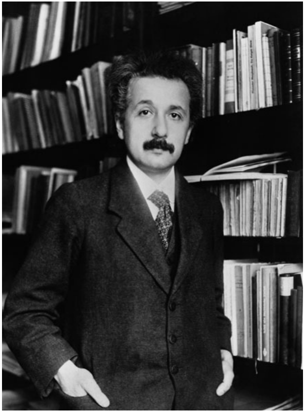
- Bewegungsgleichungen für Testmasse

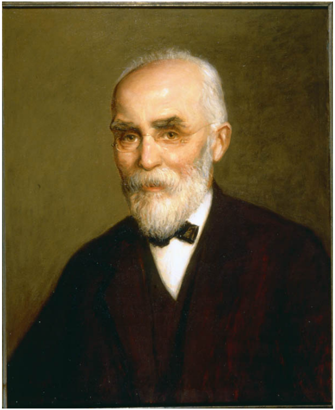
$$\ddot{x}^{\lambda}(\tau)+\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}\big(x(\tau)\big)\dot{x}^{\mu}(\tau)\dot{x}^{\mu}(\tau) = 0$$

Die 10 Quellen des Gravitationsfeldes

$$T^{\mu\nu} = \left(\begin{array}{c|c} W & \frac{1}{c}\,\vec{s}^{\top} \\ \hline c\,\vec{g} & \sigma^{mn} \end{array}\right) \qquad \begin{cases} W & : \quad \text{Energiedichte} \\ \vec{s} & : \quad \text{Energie-Stromdichte} \\ \vec{g} & : \quad \text{Impulsdichte} \\ \sigma^{mn} & : \quad \text{Impuls-Stromdichte} \end{cases}$$

Einstein an H.A. Lorentz am 17.1.1916





„Die Serie meiner Gravitationsarbeiten ist eine Kette von Irrwegen, die aber doch allmählich dem Ziele näher führten. Daher sind nun endlich die Grundformeln gut, aber die Ableitungen abscheulich; dieser Mangel muss noch behoben werden.“

10 Arbeiten aus den Jahren des Suchens

1905

1) *„Zur Elektrodynamik bewegter Körper“.* (SRT)
2) *„Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energiegehalt abhängig?“* $\Delta m_t = \Delta E / c^2$

1907

3) *„Über die vom Relativitätsprinzip geforderte Trägheit der Energie“.* Spannungen - auch elektrostatische - tragen zur trägen Masse bei.
4) *„Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen“.* Erster großer Übersichtsartikel; endet mit erster versuchsweiser Erweiterung des Relativitätsprinzips auf gleichförmig beschleunigte Bezugssysteme.

1911

5) *„Über den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichts“.* Ableitung des (halben) Ablenkwinkels auf Grundlage des Äquivalenzprinzips.

1912

6) *„Lichtgeschwindigkeit und Statik des Gravitationsfeldes“* und *„Zur Theorie des statischen Gravitationsfeldes“.* Nichtlineare Erweiterung der Newtonschen Feldgleichungen.
7) *„Gibt es eine Gravitationswirkung, die der elektrodynamischen Induktionswirkung analog ist?“.* Argumentiert, dass sich die träge Masse bei Anwesenheit umgebender schwerer Massen erhöht ($\rightarrow$ „Machsches Prinzip“).

1913

8) *„Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation“.* Argumentiert gegen skalare Theorie und kommt Prinzip der allg. Kovarianz sehr nahe. Kurz danach zurückgenommen; große Verwirrung (Lochbetrachtung). Hilfe von Grossmann und Besso.
9) *„Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems“.* Vortrag vom 23.9.1913 auf der 85. Naturforscherversammlung in Wien.
10) Zürcher Notizbuch (www.alberteinstein.info)

10 Arbeiten aus den Jahren des Suchens

1905

1) *„Zur Elektrodynamik bewegter Körper“.* (SRT)
2) *„Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energiegehalt abhängig?“* $\Delta m_t = \Delta E/c^2$

1907

3) *„Über die vom Relativitätsprinzip geforderte Trägheit der Energie“.* Spannungen - auch elektrostatische - tragen zur trägen Masse bei.
4) *„Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen“.* Erster großer Übersichtsartikel; endet mit erster versuchsweiser Erweiterung des Relativitätsprinzips auf gleichförmig beschleunigte Bezugssysteme.

1911

5) *„Über den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichts“.* Ableitung des (halben) Ablenkwinkels auf Grundlage des Äquivalenzprinzips.

1912

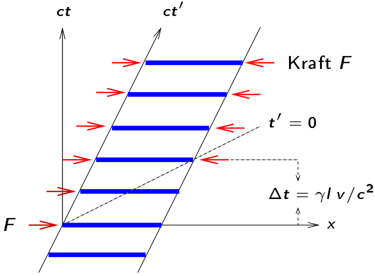
6) *„Lichtgeschwindigkeit und Statik des Gravitationsfeldes“* und *„Zur Theorie des statischen Gravitationsfeldes“.* Nichtlineare Erweiterung der Newtonschen Feldgleichungen.
7) *„Gibt es eine Gravitationswirkung, die der elektrodynamischen Induktionswirkung analog ist?“.* Argumentiert, dass sich die träge Masse bei Anwesenheit umgebender schwerer Massen erhöht (→ „Machsches Prinzip“).

1913

8) *„Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation“.* Argumentiert gegen skalare Theorie und kommt Prinzip der allg. Kovarianz sehr nahe. Kurz danach zurückgenommen; große Verwirrung (Lochbetrachtung). Hilfe von Grossmann und Besso.
9) *„Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems“.* Vortrag vom 23.9.1913 auf der 85. Naturforscherversammlung in Wien.
10) Zürcher Notizbuch (www.alberteinstein.info)

Spannungen und Masse: Ein „drastisches“ Beispiel

Ein Stab der Ruhelänge l bewegt sich mit der Geschwindigkeit v entlang der x-Achse relativ zum Koordinatensystem K. In seinem Ruhesystem K' wird er vom Zeitpunkt $t' = 0$ ab mit der Kraft F zusammengedrückt. Die Druckspannung in seinem Inneren beträgt dann $\sigma = F/\text{Querschnittsfläche}$.



$\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$

- Vom System K aus beurteilt bewegt sich der Stab für die Zeit Δt unter der alleinigen Wirkung der Schubkraft F, ohne Gegenkraft. Dabei ändert er seine Geschwindigkeit aber nicht! Aus der Impulserhaltung folgt ein Massenzuwachs des unter der Druckspannung p stehenden Stabes:

$$\Delta p = F\Delta t = F\gamma l\, v/c^2$$

$$\Rightarrow \quad \Delta m = Fl/c^2 = pV/c^2$$

Auswirkungen auf Stabilität von Sternen und in der Kosmologie

- Um hydrostatisches Gleichgewicht zu bekommen, muss gemäss der ART der Druck in Richtung kleinerer Radien wie folgt wachsen (*Tolman-Oppenheimer-Volkoff 1939*):

$$-\frac{dp}{dr} = \frac{G}{r^2} \cdot \underbrace{\frac{4\pi r^3}{3} \cdot \left(\rho + 3p/c^2\right)}_{\text{aktive Masse}} \cdot \underbrace{\left(\rho + p/c^2\right)}_{\text{passive Masse}} \cdot \underbrace{\left(1 - (2GM(r)/c^2 r)\right)^{-1}}_{\text{Geometrie}}$$

- Die Beschleunigung des kosmologischen Skalenparameters wird nach der Friedmann-Gleichung bestimmt durch

$$\frac{d^2 a}{dt^2} = -\frac{4\pi G}{3} a \left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right)$$

3. *Lichtgeschwindigkeit und Statik des Gravitationsfeldes;*
von A. Einstein.

$$\Delta c = k c \varrho ,$$

1) In einer in kurzem nachfolgender Arbeit wird gezeigt werden, daß die Gleichung (5a) und (5b) noch nicht exakt richtig sein können. In dieser Arbeit sollen sie vorläufig benutzt werden.

Prag, Februar 1912.

(Eingegangen 26. Februar 1912.)

Zur Theorie des statischen Gravitationsfeldes;
von A. Einstein.

$$\Delta c = k \left\{ c\,\sigma + \frac{1}{2k} \frac{\mathrm{grad}^2 c}{c} \right\}$$

- Wir werden sehen, dass diese Gleichung auch aus einer einleuchtenden prinzipiellen Modifikation der Newton'schen Gleichung gefunden werden kann. (Allerdings liefert sie noch keine korrekten Vorhersagen, z.B. bei der Periheldrehung.)

Zur Theorie des statischen Gravitationsfeldes; von A. Einstein.

$$\Delta c = k \left\{ c\sigma + \frac{1}{2k} \frac{\mathrm{grad}^2 c}{c} \right\}$$

- Wir werden sehen, dass diese Gleichung auch aus einer einleuchtenden prinzipiellen Modifikation der Newton'schen Gleichung gefunden werden kann. (Allerdings liefert sie noch keine korrekten Vorhersagen, z.B. bei der Periheldrehung.)

Newton'sche Gravitation I

- Feldgleichung
$$\Delta\varphi = 4\pi G\rho \tag{1}$$

- Kraft pro Volumen
$$\vec{f} = -\rho\vec{\nabla}\varphi \tag{2}$$

- Eine Umverteilung der Masse längs der Flusslinien des Geschwindigkeitsfeldes $\vec{\xi}$ ändert ρ um ($\delta\vec{\xi} := \vec{\xi}\delta t$)
$$\delta\rho = \frac{-L_{\delta\vec{\xi}}(\rho\, d^3x)}{d^3x} = -\vec{\nabla}(\delta\vec{\xi}\rho) \tag{3}$$
Die dabei investierte Arbeit ist ($B :=\mathrm{supp}(\rho)$):
$$\delta A = -\int_{\mathbb{R}^3} \delta\vec{\xi}\cdot\vec{f} = -\int_B \varphi\,\vec{\nabla}(\delta\vec{\xi}\rho) = \int_B \varphi\,\delta\rho \tag{4}$$

Newton'sche Gravitation II

- Während des Umverteilungsprozesses sollen Feldgleichungen gelten:

$$\Delta\delta\varphi = 4\pi G\,\delta\rho \tag{5}$$

- Dies führt auf

$$\delta A = \int_B \varphi\,\delta\rho = \delta\left\{-\frac{1}{8\pi G}\int_{\mathbb{R}^3}(\vec{\nabla}\varphi)^2\right\} \tag{6}$$

- Wir identifizieren die Energiedichte ε des statischen Gravitationsfeldes mit

$$\varepsilon = -\frac{1}{8\pi G}\,(\vec{\nabla}\varphi)^2 \tag{7}$$

Das Prinzip

- Ändere die Feldgleichungen so, dass sämtliche Energien als Quelle des Gravitationsfeldes gemäß $E = mc^2$ auftreten

- Die aktive gravitative Masse ist durch den Gesamtfluss des Gravitationsfeldes definiert:
$$M_g = \frac{1}{4\pi G} \int_{S^2_\infty} \vec{n} \cdot \vec{\nabla}\varphi = \frac{1}{4\pi G} \int_{\mathbb{R}^3} \Delta\varphi \tag{8}$$

- Das Prinzip verlangt
$$\delta A = \int_B \varphi \, \delta\rho \overset{!}{=} \delta M_g \, c^2 = \frac{c^2}{4\pi G} \int_{\mathbb{R}^3} \Delta\delta\varphi \tag{9}$$

- Die rechte Seite hängt von den Feldhleichungen ab. Im Newton'schen Fall verschwindet diese immer, so dass das Prinzip nicht erfüllt werden kann.

Anwendung des Prinzips

- Addiere die Newton'sche Feldenergie zur Quelle

$$\Delta\varphi = 4\pi G \left(\rho - \frac{1}{8\pi G c^2} (\nabla\varphi)^2\right) \tag{10}$$

- Berechne δM_g:

$$\begin{aligned}\delta M_g &= \int_B \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\varphi}{c^2}\right)^n \delta\rho \; + \; \underbrace{\frac{1}{N! c^{2N}} \frac{1}{4\pi G} \int_{\mathbb{R}^3} \varphi^N \delta(\Delta\varphi)}_{\to 0 \text{ für } N \to \infty} \\ &\to \int_B \delta\rho \exp(\varphi/c^2)\end{aligned} \tag{11}$$

- Lese ab, dass Selbstkonsistenz gegeben ist falls

$$\Phi := c^2 \exp(\varphi/c^2) \tag{12}$$

und nicht φ mit dem Gravitationspotential identifiziert wird. Somit soll gelten $\vec{f} = -\rho\vec{\nabla}\Phi$, wobei (10) beibehalten wird.

Verbesserte Newton'sche Theorie

- Die neue Feldgleichung ist

$$\Delta\Phi = \frac{4\pi G}{c^2}\left\{\Phi\rho + \frac{c^2}{8\pi G}\frac{(\vec{\nabla}\Phi)^2}{\phi}\right\} \tag{13}$$

$$\Delta c = k\left\{c\,\sigma + \frac{1}{2k}\,\frac{\mathrm{grad}^2\, c}{c}\right\}$$

- Sie wird linearisiert durch die Substitution $\Psi = c^2\sqrt{\Phi/c^2}$:

$$\Delta\Psi = \frac{2\pi G}{c^2}\,\rho\,\Psi \tag{14}$$

Theorem

In dieser Theorie ist die gravitative Masse ist durch den Durchmesser des Trägers der Verteilung ρ nach oben beschränkt.

Zum Beispiel gilt für jede sphärisch-symmetrische Lösung mit $supp(\rho) \subset B_R(0)$:

$$\frac{GM_g}{2c^2} < R \tag{15}$$

Insbesondere gibt es in dieser Theorie keine Punktmassen.

Gravitative versus baryonische Masse

- Einem homogenen Stern vom radius R and baryonischer Massendichte ρ schreiben wir die baryonische Masse M_b zu, wobei

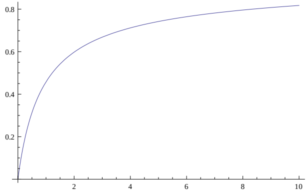
$$M_b := \frac{4\pi}{3} R^3 \rho \tag{16}$$

- Wir führen den baryonischen und den gravitativen Radius ein

$$R_g := \frac{GM_g}{2c^2}\,, \qquad R_b := \frac{GM_b}{2c^2} \tag{17}$$

- Die Relation zwischen $y := R_g/R$ und $x := R_b/R$ ist dann gegeben durch

$$y = 1 - \frac{\tanh\sqrt{3x}}{\sqrt{3x}}$$



Energiebilanz eines homogenen Sterns

- Für einen homogenen, sphärisch symmetrischen Stern gilt folgende Aufteilung der Energien:

$$M_g c^2 = E_{\mathrm{gravi}} = M_b c^2 \left(1 - \frac{3}{5}\frac{R_b}{R} + \mathcal{O}(x^2)\right) \tag{18}$$

$$E_{\mathrm{feld}} = M_b c^2 \left(0 + \frac{3}{5}\frac{R_b}{R} + \mathcal{O}(x^2)\right) \tag{19}$$

$$E_{\mathrm{baryon}} = M_b c^2 \left(1 - \frac{6}{5}\frac{R_b}{R} + \mathcal{O}(x^2)\right) \tag{20}$$

- Die Bindungsenergie ist wie im Newton'schen Fall.
- Die Feldenergie hat den gleichen Betrag aber umgekehrtes Vorzeichen (ist jetzt positiv).
- Die baryonische Energie wird durch das Gravitationspotential in doppeltem Maße verringert, so dass die Gesamtbilanz stimmt.

Christie's: „Fine Printed Books and Manuscripts Including Americana"
22 June 2010 New York, Rockefeller Plaza

„Einiges über die Entstehung der Allgemeinen Relativitätstheorie"

George A. Gibson Lecture
Universität Glasgow, 20. Juni 1933

- EINSTEIN, Albert (1879-1955). Autograph manuscript signed (A. Einstein on last page), constituting Einstein's lecture The Origin of the General Theory of Relativity (Einiges über die Entstehung der allgemeinen Relativitätstheorie), delivered as the first George A. Gibson Lecture at the University of Glasgow, 20 June 1933. A working draft with extensive deletions and interlinear additions. No place, undated, but ca. June 1933.
- Lot 195/Sale 2328. Estimate $ 250,000 - $ 350,000
- Price Realized $ 578,500. (Sales totals are hammer price plus buyer's prmium and do not reflect costs, financing fees or application of buyer's seller's credits.)

Aus Einsteins Gibson Lecture (1933)

- „Das Einfachste war natürlich, das Laplacesche skalare Potential der Gravitation beizubehalten und die Poissonsche Gleichung durch ein nach der Zeit differenziertes Glied in naheliegender Weise so zu ergänzen, dass der speziellen Relativitätstheorie Genüge geleistet würde. Auch musste das Bewegungsgesetz des Massenpunktes im Gravitationsfeld der speziellen Relativitätstheorie angepasst werden.“
- „Solche Untersuchungen führten aber zu einem Ergebnis, das mich im hohem Maße misstrauisch machte. Gemäß der klassischen Mechanik ist nämlich die Vertikalbeschleunigung eines Körpers im vertikalen Schwerefeld von der Horizontalkomponente der Geschwindigkeit unabhängig. Hiermit hängt es zusammen, dass die Vertikalbeschleunigung eines mechanischen Systems bzw. dessen Schwerpunktes unabängig herauskommt von dessen innerer Energie. Nach der von mir versuchten Theorie war aber die Unabhängigkeit [...] nicht vorhanden.“
- „Dies passte nicht zur alten Erfahrung, dass die Körper alle dieselbe Beschleunigung in einem Gravitationsfeld erfahren. Dieser Satz, der auch als Satz über die Gleichheit der trägen und schweren Masse formuliert werden kann, leuchtete mir nun in seiner tiefen Bedeutung ein. Ich wunderte mich im höchsten Grade über sein Bestehen und vermutete, dass in ihm der Schlüssel für ein tieferes Verständnis der Trägheit und Gravitation liegen müsse. An seiner strengen Gültigkeit habe ich auch ohne Kenntnis des Resultates der schönen Versuche von Eötvös, die mir – wenn ich mich richtig erinnere – erst später bekannt wurden, nicht ernsthaft gezweifelt.“

Theorie einer skalaren Gravitation

- Wir suchen eine speziell-relativistische Verallgemeinerung von

$$\Delta\varphi = 4\pi G\,\rho$$

- Das ist ziemlich eindeutig:

$$\Box\varphi := \left(\frac{\partial^2}{c^2\partial t^2} - \Delta\right)\varphi = -\frac{4\pi G}{c^2}\,T^\mu_\mu\,.$$

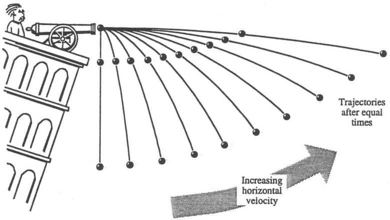
- Wie aber sind die Bahnen von Testteilchen im φ-Feld? Formal konsistent wären Verallgemeinerungen der Form

$$\frac{d^2\vec{x}}{dt^2} = -\vec{\nabla}\varphi \quad \longrightarrow \quad \frac{d^2x^\mu}{d\tau^2} = P^{\mu\nu}\partial_\nu F[\phi]$$

mit

$$P^{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu} - \dot{x}^\mu\dot{x}^\nu/c^2$$

Theorie einer skalaren Gravitation



Freier Fall mit variabler Horizontalgeschwindigkeit zu Beginn ($\beta = v/c$).

$$\ddot{\vec{x}}(t) = -(1-\beta^2(t))\vec{\nabla}\phi(\vec{x}(t))$$

„Passt nicht zur *alten* Erfahrung … “

$$\begin{aligned} \tau_h &= \frac{c}{g}\cos^{-1}\Big(\exp\big(-hg/c^2\big)\Big) \approx \sqrt{2h/g} \\ t_h &= \frac{c}{g}\gamma\cosh^{-1}\Big(\exp\big(hg/c^2\big)\Big) \approx \gamma\sqrt{2h/g} \\ \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{aligned}$$

Die „Entwurf-Arbeit“

ENTWURF EINER
VERALLGEMEINERTEN RELATIVITÄTSTHEORIE
UND EINER
THEORIE DER GRAVITATION

I. PHYSIKALISCHER TEIL
VON
ALBERT EINSTEIN
IN ZÜRICH

II. MATHEMATISCHER TEIL
VON
MARCEL GROSSMANN
IN ZÜRICH

LEIPZIG UND BERLIN
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER
1913

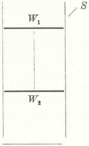
§ 7. Kann das Gravitationsfeld auf einen Skalar zurückgeführt werden?

Bei der unleugbaren Kompliziertheit der hier vertretenen Theorie der Gravitation müssen wir uns ernstlich fragen, ob nicht die bisher ausschließlich vertretene Auffassung, nach welcher das Gravitationsfeld auf einen Skalar Φ zurückgeführt wird, die einzig naheliegende und berechtigte sei. Ich will kurz darlegen, warum wir diese Frage verneinen zu müssen glauben.

.....

Für die Strahlung im Vakuum verschwindet bekanntlich der Skalar P. Ist die Strahlung in einem masselosen spiegelnden Kasten eingeschlossen, so erfahren deren Wände Zugspannungen, die bewirken, daß dem System, — als Ganzes genommen — eine schwere Masse $\int P d\tau$ zukommt, die der Energie E der Strahlung entspricht.

Statt nun aber die Strahlung in einen Hohlkasten einzuschließen, denke ich mir dieselbe begrenzt

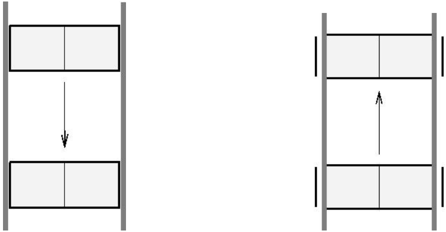


1. durch die spiegelnden Wände eines festangeordneten Schachtes S,
2. durch zwei vertikal verschiebbare spiegelnde Wände W_1 und W_2, welche durch einen Stab fest miteinander verbunden sind.

In diesem Falle beträgt die schwere Masse $\int P d\tau$ des beweglichen Systems nur den dritten Teil des Wertes, der bei einem als Ganzes beweglichen Kasten auftritt. Man würde also zum Emporheben der Strahlung entgegen einem Schwerefelde nur den dritten Teil der Arbeit aufwenden müssen als in dem vorhin betrachteten Falle, daß die Strahlung in einem Kasten eingeschlossen ist. Dies erscheint mir unannehmbar.

Ich muß freilich zugeben, daß für mich das wirksamste Argument dafür, daß eine derartige Theorie zu verwerfen sei, auf der Überzeugung beruht, daß die Relativität nicht nur orthogonalen linearen Substitutionen gegenüber besteht, sondern einer viel weiteren Substitutionsgruppe gegenüber. Aber wir sind schon deshalb nicht berechtigt, dieses Argument geltend zu machen, weil wir nicht imstande waren, die (allgemeinste) Substitutionsgruppe ausfindig zu machen, welche zu unseren Gravitationsgleichungen gehört.

Das Heben von Spannungen verlangt Arbeit



$$\text{Verrichtete Arbeit} \;=\; \Delta \left\{ \int_D d^3x \, (\Phi/c^2)\, T_{\mathrm{Wand}} \right\}$$

Das Ende von Einsteins Gibson Lecture (1933)

„‘Im Lichte bereits erlangter Erkenntnis erscheint das glücklich Erreichte fast wie selbstverständlich, und jeder intelligente Student erfasst es ohne zu große Mühe. Aber das ahnungsvolle, Jahre währende Suchen im Dunkeln mit seiner gespannten Sehnsucht, seiner Abwechslung von Zuversicht und Ermattung und seinem endlichen Durchbrechen zur Wahrheit, das kennt nur, wer es selber erlebt hat.“

Herzlichen Glückwunsch zum 125.!

Das Ende von Einsteins Gibson Lecture (1933)

„‘Im Lichte bereits erlangter Erkenntnis erscheint das glücklich Erreichte fast wie selbstverständlich, und jeder intelligente Student erfasst es ohne zu große Mühe. Aber das ahnungsvolle, Jahre währende Suchen im Dunkeln mit seiner gespannten Sehnsucht, seiner Abwechslung von Zuversicht und Ermattung und seinem endlichen Durchbrechen zur Wahrheit, das kennt nur, wer es selber erlebt hat.“

Herzlichen Glückwunsch zum 125.!